

Les Suites (III)

1

Permet de trouver la convergence de la suite via sa monotonie et ses bornes

Le Théorème des suites monotones:

- 1) Une suite croissante et majorée
↳ convergente
- 2) Une suite décroissante et minorée.
↳ convergente

Le Théorème du point fixe:

- 1) $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = f(U_n)$ et $U_0 = \dots \in I$
- 2) $\forall x \in I, f(x) \in I$
- 3) La suite (U_n) converge vers $\ell \in I$
- 4) f est continue (ou dérivable) sur I

↳ ℓ est donc solution de l'équation $f(x) = x$

Procédure:

- 1) Prouver les variations de la fonction f avec sa dérivée, ses variations et ses limites
- 2) Prouver que $\forall x \in I, f(x) \in I$
- 3) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad \dots \leq U_{n+1} \leq U_n \leq \dots$ par récurrence

- 4) Montrer la convergence de (U_n) en ℓ par le théorème des encadrement monotone en utilisant ses bornes et ses variations
- 5) Déterminer ℓ avec le théorème du point fixe